

Съдържание

	Предговор.....	1
Глава 1	Механика на деформируемото твърдо тяло (МДТТ).....	3
1.1.	Въведение.....	3
1.2.	Математическа теория на еластичността.....	3
1.2.1.	Закон на Хук. Уравнения за равновесие. Уравнения на Навие.....	5
1.2.2.	Еластични модули.....	7
1.3.	Математическа теория на пластичността.....	8
1.3.1.	Граница на пластичност. Граница на разрушение.....	10
1.3.2.	Диаграми напрежение - деформация.....	15
1.4.	Математическа теория на механиката на разрушаването.....	18
1.4.1.	Коефициент на интензивност на напрежение.....	19
1.4.1.1.	Теоретични резултати за коефициент на интензивност на напрежение. Критична стойност за коефициент на интензивност на напрежение.....	19
1.4.1.2.	Връзка на критична стойност за коефициент на интензивност на напрежение с механични свойства на материала.....	22
1.4.2.	J -интеграл. Критична стойност на J -интеграл.....	28
1.4.2.1.	Теоретични резултати за J -интеграл. Критична стойност на J -интеграл.....	28
1.4.2.2.	Връзка на J -интеграл с коефициент на интензивност на напрежение и критична стойност за коефициент на интензивност на напрежение.....	29
1.4.3.	Критично разкритие на пукнатина.....	29
1.4.3.1.	Теоретични резултати за критично разкритие на пукнатина.....	29
1.4.3.2.	Връзка на критично разкритие на пукнатина с критична стойност за коефициент на интензивност на напрежение и критична стойност за J -интеграл.....	31
1.4.4.	Пластична зона във върха на пукнатина.....	32
1.4.4.1	Размер на пластичната зона във върха на пукнатина.....	32
1.4.4.2.	Размер на пластичната зона във върха на пукнатина с отчитане на „поправка на Ирвин”.....	34
1.4.4.3.	Размер на пластичната зона във върха на пукнатина – модел на Дагдейл.....	35
1.4.5.	Експериментално определяне на критична стойност за	

	коэффициент на интензивност на напрежение, критична стойност за коэффициент на J -интеграл, критично разкритие на пукнатина, чрез механични изпитвания.....	38
Глава 2	Безразрушително оценяване.....	42
2.1.	Въведение.....	42
2.2.	Твърдост.....	42
2.2.1.	Твърдост по Бринел и по Майер.....	42
2.2.2.	Твърдост по Бринел. Детерминистичен подход.....	45
2.2.2.1.	Еластичен контакт.....	45
2.2.2.2.	Еласто-пластичен контакт.....	46
2.2.3.	Безразрушителна оценка на механични свойства на желязовъглеродни сплави чрез измерване на твърдост..	48
2.2.3.1.	Безразрушително оценяване на граница на пластичност на желязовъглеродни сплави чрез измерване на твърдост.....	48
2.2.3.2.	Безразрушително оценяване на граница на якост на желязовъглеродни сплави чрез измерване на твърдост..	48
2.2.4.	Безразрушителна оценка на коефициентите в модела $\sigma = K\varepsilon^n$ за желязовъглеродни сплави чрез измерване на твърдост.....	49
2.3.	Ултразвукови методи.....	50
2.3.1.	Физически основи.....	50
2.3.2.	Акустични характеристики.....	56
2.3.2.1.	Скорости на разпространение на ултразвукови вълни....	56
2.3.2.2.	Коефициент на затихване при разпространение на ултразвукови вълни.....	61
2.3.3.	Безразрушителни оценки в МДТТ чрез измерване на акустични свойства на материала.....	63
2.3.3.1.	Оценяване на среден размер на зърната чрез ултразвукови измервания.....	63
2.3.3.2.	Оценяване на механични свойства чрез ултразвукови измервания.....	69
2.3.3.2.1.	Оценяване на еластични модули чрез ултразвукови измервания. Детерминистичен подход.....	69
2.3.3.2.2.	Оценяване на граница на пластичност чрез ултразвукови измервания.....	76
2.3.3.2.3.	Оценяване на граница на якост чрез ултразвукови измервания и твърдост.....	81
2.3.3.2.4.	Безразрушителна оценка на относително удължаване и на относително свиване чрез ултразвукови измервания и твърдост.....	82

2.3.3.2.5.	Оценяване на твърдост по Бринел чрез ултразвукови измервания.....	83
2.3.3.3.	Безразрушителна оценка на параметри на механика на разрушаването чрез измерване на акустични характеристики на материала.....	89
2.3.3.3.1.	Безразрушителна оценка на критична стойност за коефициент на интензивност на напрежение.....	89
2.3.3.3.2.	Безразрушителна оценка на критична стойност на J -интеграл.....	90
2.3.3.3.3.	Безразрушителна оценка критично разкритие на пукнатина.....	90
2.3.3.4.	Безразрушителна оценка на диграми напрежение – деформация, чрез измерване на акустични свойства на материала.....	91
2.4.	Магнитни методи.....	92
2.4.1.	Физически основи.....	92
2.4.2.	Магнитни характеристики.....	92
2.4.2.1.	Основна крва на намагнитеност.....	95
2.4.2.2.	Магнитен хистерезис.....	98
2.4.2.3.	Формиране на агрегирани информационна параметри по измерени магнитни свойства.....	99
2.4.3.	Магнитни свойства и МДТТ.....	101
2.4.3.1.	Безразрушително оценяване на параметри на структурата на желязовъглеродни сплави.....	101
2.4.3.2.	Безразрушителна оценка на параметрите на диграми напрежение-деформация.....	102
2.4.3.3.	Безразрушителна оценка на механични свойства по техни магнитни свойства.....	102
Глава 3	Приложение на безразрушителното оценяване на механичните свойства.....	106
3.1.	Безразрушително оценяване на параметри на структурата.....	106
3.1.1.	Стомани. Оценка на средната големина на зърната. Класификация на структурата на феритна или перлитна.....	110
3.1.2.	Чугуни. Оценка на степен на сфероидизация на графита. Класификация на структурата на металната основа на феритна или перлитна.....	122
3.1.2.1.	Оценяване на степен па сфероидизация на графита.....	122
3.1.2.2.	Класификация на структурата на металната основа феритна – перлитна.....	124

3.2.	Безразрушително оценяване на механични характеристики.....	125
3.2.1.	Отливки от сферографитен чугун.....	125
3.2.2.	Безразрушително оценяване на механични свойства на железопътни оси	134
3.2.3.	Диаграми на гранични напрежения в железопътни оси.	138
3.2.4.	Механо-корозионни изчисления на съдове работещи по налягане.....	141
3.2.5.	Непараметрични регресионни модели за безразрушително оценяване на механични свойства на стомана.....	144
3.2.6.	Безразрушително оценяване на механични характеристики чрез магнитни измервания.....	153
3.2.7.	Безразрушителна оценка на еластични модули на въглеродни стомани. Стохастичен подход.....	154
3.3.	Безразрушително оценяване на параметри на механика на разрушението.....	162
3.3.1.	Безразрушително оценяване на пластичната зона във върха на пукнатина.....	162
3.3.2.	Безразрушително оценяване на критична стойност за коефициент на интензивност на напрежение.....	164
3.3.3.	Безразрушително оценяване на критична стойност на J -интеграл.....	165
3.3.4.	Безразрушително оценяване на критическото разкритие на пукнатина.....	166
3.4.	Безразрушително оценяване на параметрите в критериите в МДГТ.....	168
3.4.1.	Критерии за якост и пластичност на изотропни материали.....	168
3.4.2.	Якостни изчисления за тяло без нецялостности.....	171
3.4.2.1.	Статични натоварвания. Детерминистичен подход.....	171
3.4.2.2.	Статични натоварвания. Стохастичен подход.....	173
3.4.2.3.	Динамични натоварвания. Детерминистично-стохастичен подход.....	177
3.4.3.	Критерии за разрушаване на тяло с нецялостност.....	178
3.4.4.	Диаграми на граничните напрежения.....	182
3.5.	Неопределеност. Точност.....	183
3.5.1.	Неопределеност на резултата от измерванията.....	183
3.5.2.	Точност на безразрушителното оценяване.....	188
	Литература.....	191

Предговор

В монографията са разгледани съществуващите знания и са получени нови такива в областта на безразрушителното оценяване на механични свойства на желязовъглеродни сплави (стомани и чугуни), чрез измерване на техни ултразвукови и магнитни свойства.

Едно от направленията в тази област е оценяване чрез измерване на техни акустични свойства: скорости и затихване при разпространение на надлъжни и напречни ултразвукови вълни. Методиките за измерване на скоростите на разпространение на ултразвука, при двустранен достъп (пластина), за хомогенни материали са известни (ASTM E 494). В книгата са разработена методика за измерване на скоростите на разпространение на ултразвука, при едностранен достъп (тръби, резервоари и др.), както за хомогенни, така и за нехомогенни материали.

Второ направление в разглежданата област е оценяване чрез измерване на техни магнитни свойства: магнитна проникваемост (начална, относителна и др.), коерцитивна сила, относителни стойности на напрегнатостта на магнитното поле и магнитната индукция, магнитна наситеност и др.

В книгата безразрушителното оценяване на механични свойства на желязовъглеродни сплави е разгледано в няколко групи:

А/ Оценяване на твърдост чрез ултразвукови измервания. Изведени са детерминистични зависимости както за еластичен, така и за еласто-пластичен контакт.

Б/ Разгледано е оценяване на еластичните модули чрез измерване на скорости на разпространение на надлъжни и напречни ултразвукови вълни.

В/ Разгледани полу-емпирични зависимости за оценяване на граница на пластичност, граница на якост, относителни свиване и удължение на материала, чрез ултразвукови измервания и измерване на твърдост.

Г/ Разгледани детерминистични зависимости за оценка на критичните стойности на: коефициент на интензивност на напрежението, J -интеграл, разкритие на пукнатина и размер на пластичната зона във върха на пукнатина.

Д/ Изведени са детерминистични, стохастични и детерминистико-стохастични зависимости между агрегирани информационни параметри (получени от измервания на акустични и магнитни свойства на материала) и оценявани механични свойства на желязовъглеродни сплави. Като правило получените стохастични зависимости са с по-висока корелация.

Разгледани са конкретни примери за оценявани механични свойства на желязовъглеродни сплави.

Получени са зависимости за оценяване на неопределеността на измерванията на акустичните свойства на материала, както и зависимости за точността на разглежданите безразрушителните оценки.

Книгата е предназначена за научни работници в областта на механиката на деформируемото твърдо тяло, за специалисти и експерти по безразрушително изпитване, както и за машинни инженери.

Глава 1

Механика на деформируемостта твърдото тяло (МДТТ)

1.1. Въведение

Съвременните конструкционни материали, при цялото им разнообразие, условно може да се разделят на следните групи: метали, полимери, композити, наноматериали. Съществените различия в структурното състояние на материалите води до различно механично поведение и механизми на разрушаване на материалите.

1.2. Математическа теория на еластичността

Твърдите тела биват идеално твърди и твърди деформируеми. Теорията на еластичността [9, 53, 64, 82, 84, 85, 87] се занимава с изучаване на еластичните свойства на твърдите деформируеми тела, като част от механиката на твърдите деформируеми тела (МДТТ).

Деформация.

Когато взаимните положения на материалните точки от твърдото тяло се изменя, то се деформира. Изменението на взаимните положения на точките се нарича деформация [82, 84, 85, 87].

Нека едно тяло τ , което в недеформирано състояние заема област R в координатна система $Ox_1x_2x_3$. Нека $(x_1; x_2; x_3) \equiv x$ и $(x_1^*; x_2^*; x_3^*) \equiv x^*$ са съответно координати на точки P от τ в недеформирано състояние и P^* от τ^* в деформирано състояние.

Малката афинна трансформация на τ в τ^* се определя с

$$\delta A_i = A_i^* - A_i = \alpha_{ij} A_j; i, j = 1, 2, 3 \quad (1.2.1.)$$

където $\alpha_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$, $(u_1; u_2; u_3)$ – компоненти на вектора на преместване. Израза

(1.2.1.) се записва като

$$\delta A_i = (\varepsilon_{ij} + \omega_{ij}) A_j; i, j = 1, 2, 3 \quad (1.2.2.)$$

където $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$ - компоненти на тензора на деформация,

$\omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$ - компоненти на тензора на ротация.

Таблица 1.2.1.

Аналитични зависимости
<p>Премествания</p> $u_1 = u_1(x_1; x_2); u_2 = u_2(x_1; x_2); u_3 = \text{const или } u_3 = 0$
<p>Деформации</p> $\varepsilon_{11} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1}; \varepsilon_{22} = \frac{\partial u_2}{\partial x_2}; \varepsilon_{33} = \frac{\partial u_3}{\partial x_3}; \varepsilon_{33} = \varepsilon_{31} = \varepsilon_{32} = 0$
<p>Закон на Хук</p> $\sigma_{11} = E^* [(1-\nu)\varepsilon_{11} + \nu\varepsilon_{22}]; \sigma_{11} = E^* [(1-\nu)\varepsilon_{11} + \nu\varepsilon_{22}]; E^* = \frac{E}{(1-\nu)(1-2\nu)}$

Напрежение.

В теорията на напрегнатото състояние [82,84,85,87] се показва, че напрегнатото състояние на твърдо тяло се описва с тензор на напрежение представен чрез *matr* (σ_{ij}).

Нека $P(x)$ е произволна точка от твърдото тяло, а \vec{S} е вектор на напрежение, който действа върху един повърхностен елемент с нормала \vec{n} . Компонентите на тензора на напрежение се представят като $\vec{S}_i = \sigma_{ij} n_j$.

Таблица 1.2.2.

Аналитични зависимости
<p>Компоненти на тензора на напрежение</p> $\sigma_{11} = \sigma_{11}(x_1; x_2); \sigma_{22} = \sigma_{22}(x_1; x_2); \sigma_{12} = \sigma_{12}(x_1; x_2)$
<p>Закон на Хук</p> $\sigma_{11} = E^*[\varepsilon_{11} + \nu\varepsilon_{22}]; \sigma_{22} = E^*[\varepsilon_{22} + \nu\varepsilon_{11}]; \sigma_{12} = G \varepsilon_{12}; E^* = \frac{E}{1-\nu^2}$

1.2.1. Закон на Хук

През 1676 г. Р.Хук провел опити с корабно въже и публикувал резултата като анаграма “Ut tension sic vis” ≡ “Каквато е силата такава е деформацията”. В съвременен вид връзката между деформацията и напрежението се дава от обобщен закон на Хук [9, 53, 64, 82, 84, 85, 87]. За хомогенно изотропно тяло той може да се запише в следния вид

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \vartheta + 2 \mu \varepsilon_{ij}; \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (1.2.1.1.)$$

където λ и μ са физически константи на материала на Ламе [82], δ_{ij} - компоненти на единичния тензор (тензор на Кристофел), $\vartheta = \varepsilon_{ii} \equiv \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$. В премествания закона на Хук се записва във вида

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right); \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (1.2.1.2.)$$

Система (1.2.1.1.) решена относно компонентите на деформацията се записва като

$$\varepsilon_{ij} = -\frac{\lambda}{2\mu} \delta_{ij} \vartheta + \frac{1}{2\mu} \sigma_{ij}; \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (1.2.1.3.)$$

В инженерната практика се използват технически константи на материала (еластични модули) – модул на Юнг (E), модул на хлъзгане (G), обемен

модул (K), коефициент на Поасон (ν). Връзките между (λ и μ) и (E, G, K и ν) са

$$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu}; G = \frac{\lambda(1 - 2\nu)}{2\nu}; K = \lambda + \frac{2}{3}\mu; \quad (1.2.1.4.)$$

$$\nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$$

Закон на Хук (1.2.1.3.) записан с технически модули е

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= \frac{1}{E} [\sigma_{11} - \nu(\sigma_{22} + \sigma_{33})]; \\ \varepsilon_{22} &= \frac{1}{E} [\sigma_{22} - \nu(\sigma_{33} + \sigma_{11})]; \\ \varepsilon_{33} &= \frac{1}{E} [\sigma_{33} - \nu(\sigma_{11} + \sigma_{22})] \end{aligned} \quad (1.2.1.5.)$$

$$\varepsilon_{23} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{23}; \quad \varepsilon_{31} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{31}; \quad \varepsilon_{12} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{12}$$

Уравнения за равновесие [82].

Нека на едно тяло τ действат обемни сили с координати ($F_1; F_2; F_3$) и повърхностни (по повърхност Σ) сили с координати $S_i^n, i = 1, 2, 3$. Условието за равновесие в този случай е

$$\int_{\tau} F_i d\tau + \int_{\Sigma} S_i^n d\Sigma = 0 \quad (1.2.1.6.)$$

Което се свежда до следната система диференциални уравнения

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\sigma_{ij}) = - F_i; \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (1.2.1.7.)$$

След като се замести (1.2.1.2.) в системата уравнения за равновесие (1.2.1.6.) се получава система диференциални уравнения в премествания

$$\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j \partial x_j} + (\lambda + \mu) \frac{\partial u_j}{\partial x_j \partial x_i} + F_i = 0; \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (1.2.1.8.)$$

Уравнения на Навие [82].

Ако в (1.2.1.3.) се въведат оператор на Лаплас ∇^2 и означение $\vartheta = \varepsilon_{ii} = \frac{\partial u_k}{\partial u_k} \equiv \text{div } u$, то статичните уравнения за равновесие в премествания са

$$\mu \nabla^2 u_i + (\lambda + \mu) \frac{\partial \vartheta}{\partial x_i} + F_i = 0; \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (1.2.1.9.)$$

и динамичните уравнения за равновесие в премествания са

$$\mu \nabla^2 u_i + (\lambda + \mu) \frac{\partial \vartheta}{\partial x_i} + F_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}; \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (1.2.1.10.)$$

1.2.2. Еластични модули

Модул на Юнг (E)

Нека имаме прав цилиндър с ос успоредна на оста Ox_1 и нека той е натоварен с надлъжни сили, приложени в краищата му. Появява се равномерно напрежение S във всяко напречно сечение на цилиндъра, като $\sigma_{11} = S = \text{const}$, $\sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_{12} = \sigma_{23} = \sigma_{31} = 0$. В този случай за деформацията се записва $\varepsilon_{11} = \frac{1}{E} S$; $\varepsilon_{22} \neq 0$; $\varepsilon_{33} \neq 0$; $\varepsilon_{12} = \varepsilon_{23} = \varepsilon_{31} = 0$. Константата E се нарича модул на Юнг [41, 82, 84].

Модул на хлъзгане (G)

Нека разгледаме състояние на чисто срязване в равнината Ox_2x_3 . То се характеризира със следните компоненти на тензора на напрежение $\sigma_{23} = S = \text{const}$, $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_{12} = \sigma_{31} = 0$. За деформацията $\varepsilon_{23} = \frac{1}{2G} S$; $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = \varepsilon_{12} = \varepsilon_{31} = 0$. Константата G се нарича модул на хлъзгане [41, 82, 84].

Обемен модул (K)

Нека разгледаме тяло подложено на хидростатично налягане с равномерна интензивност $-p$ разпределено по повърхността на тялото. В този случай за компонентите на вектора на напрежението $\overset{n}{S}_i$ действащ върху повърхнината се записва $\overset{n}{S}_i = -p n_j$. Системата от напрежения е $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = -p$; $\sigma_{12} = \sigma_{23} = \sigma_{31} = 0$. За деформацията са валидни зависимостите $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = -\frac{p}{3\lambda + 2\mu}$; $\varepsilon_{12} = \varepsilon_{23} = \varepsilon_{31} = 0$. Въвежда се $\vartheta = -\frac{p}{K}$ където $\vartheta = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$. Константата K се нарича обемен модул [41, 82, 84].

Коефициент на Поасон (ν)

Нека имаме прав цилиндър с ос успоредна на оста Ox_1 и нека той е подложен на опън. Ако за опънното напрежение $S > 0$, то ще се получи удължаване по посока на оста на цилиндъра и скъсяване в неговите напречни сечения. Отношенията $\left| \frac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{11}} \right| \equiv \nu$ и $\left| \frac{\varepsilon_{33}}{\varepsilon_{11}} \right| \equiv \nu$ се наричат коефициент на Поасон [41, 82, 84].

1.3. Математическа теория на пластичността

Теорията на пластичността се занимава с изследване на механичното поведение на деформируемите тела, проявяващи пластични свойства [9, 33, 41, 47, 67]. Твърдите тела, при натоварване, имат еластично поведение до определени граници, над които се губят еластичните свойства. Тъй като се появяват пластични деформации зависимостите между напрежения и деформации се нарушават. Това нагледно се вижда от диаграмите $\sigma(\varepsilon)$ параграф 1.3.2. В общия случай в линейния участък $\sigma = E\varepsilon$, в зоната на пластичност $\sigma = \sigma_s$, в зоната на уякчаване $\sigma = \sigma(\varepsilon)$, като в този случай общата деформация ε се формира от еластична част ε_e и пластична част ε_p т.е. $\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p$.

При решаването на задачите за определяне на напрегнато и деформирано състояние на еднородно изотропно тяло, натоварено над границата на еластичност, са необходими уравнения описващи пластическото състояние на материала. Преди всичко са необходими условия за начало на пластичното течение, които представляват критерии за прехода на материала от еластично

в пластично състояние [9, 33, 41, 47, 67]. Тези критерии (условия за пластичност) описват началото на появяването на пластичната деформация. За линейно напрегнато състояние (при опън) $\sigma_{11} = \sigma_y$ и $\sigma_{22} = 0$, $\sigma_{33} = 0$, като величината σ_S се определя експериментално. Пластическите деформации възникват тогава когато напрежението достига граница на пластичност σ_S . Условието за начало на пластичното течение при опън е

$$\sigma = \sigma_S, \quad (1.3.1.)$$

Най-разпространените условия за начало на пластичност са:

- Треска – Сен-Венан [9, 47, 67]

$$\tau_{\max} = \tau_S \quad (1.3.2.)$$

където τ_{\max} - максимално тангенциално напрежение, $\tau_S = \frac{2}{3} \sigma_S$.

В главни напрежения - $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ при $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ условието на Треска – Сен-Венан се записва във вида

$$\max \{|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1|\} = \frac{2}{3} \sigma_S \quad (1.3.3.)$$

- Хубер-Мизес-Хенки [9,47,67]

$$\{|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1|\} = \frac{2}{3} \sigma_S \quad (1.3.4.)$$

където $\tau_i = \sqrt{\frac{1}{2} s_{ij} s_{ij}}$; $s_{ij} = \sigma_{i,j} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{kk}$; $i, j, k = 1, 2, 3$ τ_i - интензивност на тангенциалните напрежения.

В главни напрежения - $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ при $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ условието на Хубер-Мизес-Хенки се записва във вида

$$|\sigma_1 - \sigma_2|^2 + |\sigma_2 - \sigma_3|^2 + |\sigma_3 - \sigma_1|^2 = 2 \sigma_S^2 \quad (1.3.5.)$$

Условието за начало на пластичното течение (1.3.2.) се добавя към уравненията за еластично поведение на материала, параграф 1.2.1. и при съответните гранични условия се решават задачите в теория на пластичността.

Вижда се, че в горните задачи важен етап е експерименталното определяне на механичните свойства на материала: еластичните модули (E , G , K и V) и граница на пластичност σ_S .

1.3.1. Граница на пластичност - σ_S . Граница на разрушаване - σ_B

A/ Граница на пластичност - σ_S

- В механиката на пластичните среди [9, 47], условието за пластичност, в общия случай, се записва като:

$$F(\sigma_{i,j}; \chi_a^{(\alpha)}) = 0 \quad (1.3.1.1.)$$

където: $\sigma_{i,j}$ - компоненти на тензора на напрежение ($i,j=1,2,3$), $\chi_a^{(\alpha)}$ - вътрешни параметри на състояние на материала. Параметрите $\chi_a^{(\alpha)}$ могат да бъдат: \bar{D} - средна големина на зърната на материала, модули на еластичност, граница на пластичност и други. При безразрушителното изпитание чрез ултразвуковия метод напрежението - σ , съответно деформацията - ε са пренебрежимо малки т.е. $\sigma \rightarrow 0$, $\varepsilon \rightarrow 0$ и $\varepsilon \rightarrow 0$.

A₁/ Зависимост на σ_y от структурата на мезониво чрез \bar{D}

За нисковъглеродни стомани зависимост (1.3.1.1.) се свежда до модел на Хол-Петч [59, 86, 98]:

$$\sigma_S = \sigma_0 + K_y \bar{D}^{-1/2} \quad (1.3.1.2.)$$

където σ_0 и K_y са константи на материала, \bar{D} е средният диаметър на зърната. Величините σ_0 , K_y и \bar{D} подлежат на определяне по експериментален път.

Извод на зависимостта $\sigma_0(\nu, G)$

Прието е константата σ_0 да се нарича „напрежение на Пийерс-Набаро”. Тя отчита напрежението на триене - τ_{PN} , което компенсира силите, преодолявани от дислокациите при тяхното движение в зърното т.е. $\sigma_0 \equiv \tau_{PN}$. Триенето τ_{PN} се определя с уравнението [59, 65, 86]:

$$\tau_{PN} = \frac{2G}{1-\nu} \exp\left[-\frac{2\pi a}{(1-\nu)d}\right] \quad (1.3.1.3.)$$

където ν - коефициент на Поасон, G – модул на хлъзгане, a - разстояние между съседни плоскости по които се хлъзгат дислокациите [7], d – междумно разстояние в направлението на хлъзгане [30]. За плътни метални решетки (монокристали) $\frac{a}{d} \approx 1$ [30]. За неплътни метални решетки (поликристали), каквито са нисковъглеродните стомани, тъй като в тях винаги има микроредфекти, се приема допускането, че величината $\frac{a}{d}$ е на порядък по-малка т.е. $\frac{a}{d} \approx 0,1$.

Имайки в предвид горното допускане, за уравнение (1.3.1.3.), за напрежението на Пийерс-Набаро, се получава равенството:

$$\sigma_0 = \xi(\nu) G \quad (1.3.1.4.)$$

където $\xi(\nu) = \left[\frac{2}{(1-\nu)} \right] \exp\left[-\frac{2\pi}{(1-\nu)} \left(\frac{1}{10} \right) \right]$.

Извод на зависимостта $K_y(\nu, G)$

Константата K_y се нарича „напрежение на Петч”. Тя отчита преминаването на дислокациите от едно зърно в друго. Тази константа се определя с равенството [59]:

$$K_y = \frac{2G}{\cos \vartheta} \left\{ \frac{b}{25\pi(1-\nu)} \right\}^{1/2} \quad (1.3.1.5.)$$

където ϑ е ъгълът на максимална разориентация на посоките на хлъзгане. За нисковъглеродни стомани $\vartheta \sim \pi/4$ [49], b е модул на вектора на Бюргерс. За α – желязо $b = 0,286 \text{ nm}$ [77]. Тъй като не ни е известна числена стойност на b за поликристали, то в първо приближение приемаме, че за нисковъглеродни стомани $b \approx 2,86 \cdot 10^{-7} \text{ mm}$.

След прегрупиране на величините в (1.3.1.4.), за напрежението на Петч се получава равенството:

$$K_y = K_0 \zeta(\nu) G \quad (1.3.1.6.)$$

$$\text{където } K_0 = \frac{2}{\cos(\pi/4)} \sqrt{\frac{b}{25\pi}}, \quad \zeta(\nu) = \frac{1}{\sqrt{1-\nu}}.$$

A₂/ Зависимост на σ_s - (ν ; HM)

Такава зависимост се получава от решението на, известната в механиката, задача на Бусинеск [22, 53, 56, 64, 84,]. Тази задача разглежда внедряването на сфера в плоскост. Бусинеск е получил изрази за компонентите на напрежението σ_r , σ_ϑ , σ_z ,

$$\sigma_r = \sigma_\vartheta = -\frac{1}{2} (1+2\nu) HM; \quad \sigma_z = -HM \quad (1.3.1.7.)$$

където HM – твърдост по Майер [41, 56].

При внедряване на сферата максималната дълбочина съответства на максималното касателно напрежение τ_{\max} , което има вида в решението на Бусинеск

$$\tau_{\max} = \left(\frac{1}{2} HM \right) \left\{ \frac{1}{2} (1-2\nu) + \frac{2}{9} (1+\nu) [2 \cdot (1+\nu)]^{1/2} \right\} \quad (1.3.1.8.)$$

Условието на начало на пластично течение на Треска – Сен-Венан [47] е